RAPPEL: On peut écrire l'équation d'une fonction polynomiale du second degré sous sa forme générale :

$$f(x) = y = ax^2 + bx + c$$

EX.1) 1è Méthode:

En utilisant les coordonnées du point M, on peut trouver la valeur de *c* :

M(0;-4), on a *x=0* et *y=-4*, donc:

$-4=a.(0)^2+b.(0)+c \Rightarrow c=-4$

Pour le point *K(-2;0)*, on a:

$0=a.(-2)^2+b.(-2)-4 \Rightarrow 4a-2b=4 \Rightarrow 2a-b=2$

et

Pour le point *L(4;0)*, on a:

$0=a.(4)^2+b.(4)-4 \Rightarrow 16a+4b=4 \Rightarrow 4a+b=1$

$2a-b=2$
$4a+b=1$

$6a = 3$

$a=1/2$

et

$b=-1$

Finalement:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$$

2è Méthode:

Pour x=-2 et x=4, $f(x)=y=ax^2+bx+c=0$

Alors, -2 et 4 sont les racines de f(x).

On détermine la fonction trinôme *f* dont les racines sont *-2* et *4* :

f(x)= a(x+2)(x-4)

D'après le coordonnées du point M(0;-4) :

-4=a(0+2)(0-4) => -8a=-4 => a=1/2 .

Alors,

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+2)(x-4) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$$

EX.2) En utilisant les coordonnées du point A(0;-1) , on peut trouver la valeur de *c* :

On a *x=0* et *y=-1*, donc:

$-1=a.(0)^2+b.(0)+c$ => $c=-1$

RAPPEL: Soit le point $S(x_s;y_s)$ est le sommet de la parabole C_f d'équation $f(x)=ax^2+bx+c$.

Dans ce cas,

$$x_s = \frac{-b}{2a} \qquad et \qquad y_s = f\left(\frac{-b}{2a}\right) = \frac{-\Delta}{4a}$$

Pour S(2;4) , $x_s=2$ et $y_s=4$

$x_s = \frac{-b}{2a} = 2 \;\; => \;\; -b = 4a \;\; => \;\; b = -4a$

On obtient: $f(x)=ax^2+bx+c = ax^2-4ax-1$. Pour le point S(2;4) :

$4=a.(2)^2-4a.(2)-1$ => $-4a=5$ => $a=-5/4$ et $b=-4.(-5/4)=5$

On peut écrire:

$$f(x) = \frac{-5}{4}x^2 + 5x - 1$$

EX.3) 1è Méthode: Soit $S(x_s;y_s)$ le sommet de la parabole d'équation $y=x^2-6x+m$.

Si son sommet est sur l'axe des abscisses, on a $y_s=0$.

$S(x_s;0)$ et $x_s=-b/2a=3$

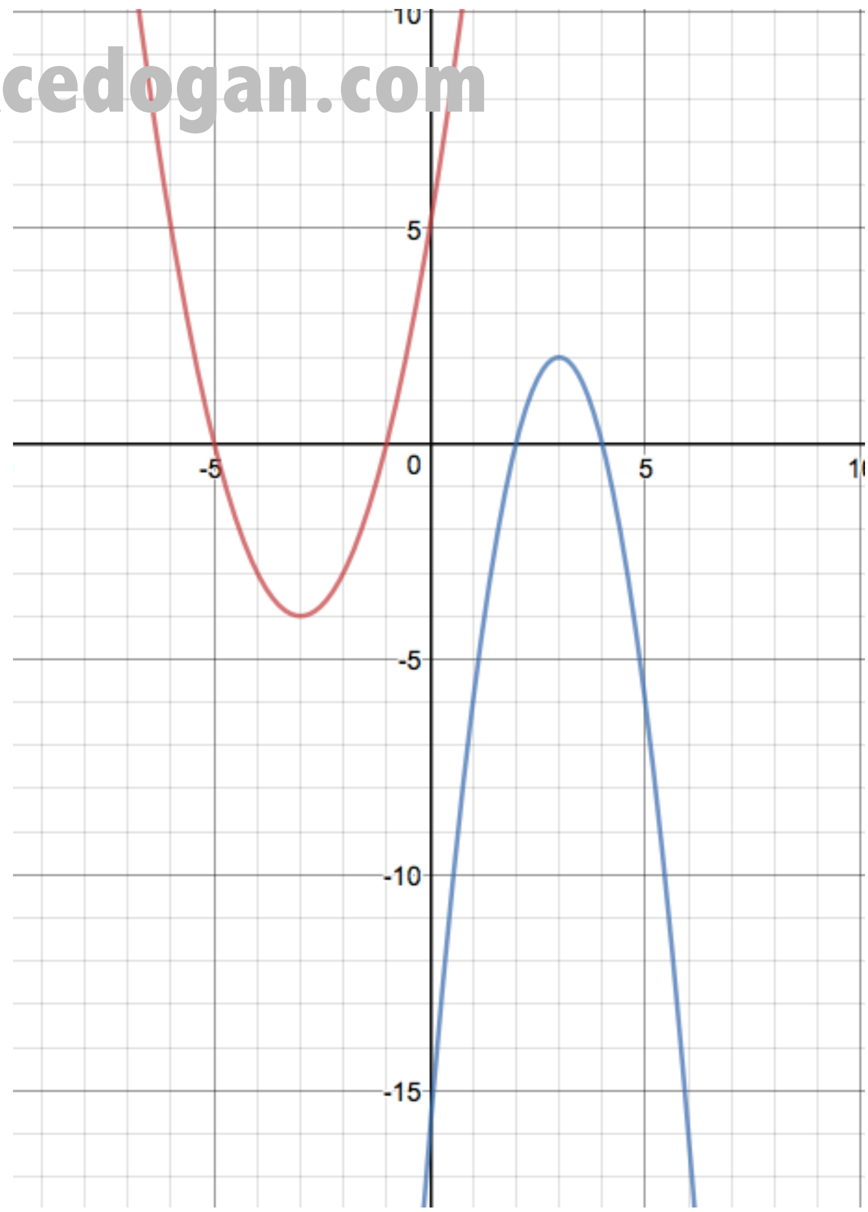
$y_s=f(-b/2a)=f(3)=0$ => $(3)^2-6.3+m=0$ => ***m=9***

2è Méthode: Si son sommet est sur l'axe des abscisse, la parabole est tangente à l'axe des abscisses, c'est-à-dire elle coupe l'axe des abscisses sur un seul point. Dans ce cas, $\Delta=0$.

$\Delta=b^2-4ac=0$ => $(-6)^2-4.1.m=0$ => $4m=36$ => $m=9$

EX.4)

$y=x^2+6x+5$	$y=-2x^2+12x-16$
$y=0 \Rightarrow x^2+6x+5=0 \Rightarrow (x+5)(x+1)=0$ $x_1=-5$ et $x_2=-1$ On a 2 points d'intersection entre la parabole et l'axe des abscisses: **(-5;0) et (-1;0)**	$y=0 \Rightarrow -2x^2+12x-16=0 \Rightarrow -2(x-2)(x-4)=0$ $x_1'=2$ et $x_2'=4$ On a 2 points d'intersection entre la parabole et l'axe des abscisses: **(2;0) et (4;0)**
$x=0 \Rightarrow y=0^2+6.0+5=5$ Point d'intersection entre la parabole et l'axe des ordonnées: (0;5)	$x=0 \Rightarrow y=(-2).0^2+12.0-16=-16$ Point d'intersection entre la parabole et l'axe des ordonnées: (0;-16)
Sommet: $x_s=-b/2a=-6/2=-3$ $y_s=f(-3)=(-3)^2+6.(-3)+5=-4$ S(-3;-4)	Sommet: $x_s=-b/2a=(-12)/(-4)=3$ $y_s=f(3)=(-2)(3)^2+12.(3)-16=2$ S'(3;2)



Calculons algébriquement les coordonnées des points d'intersection (s'ils existent) de ces deux paraboles. Les abscisses des points d'intersection de ces deux parabole sont déterminées par l'équation:

$C_f = C_f'$ => $x^2+6x+5=-2x^2+12x-16$ => $3x^2-6x+21=0$

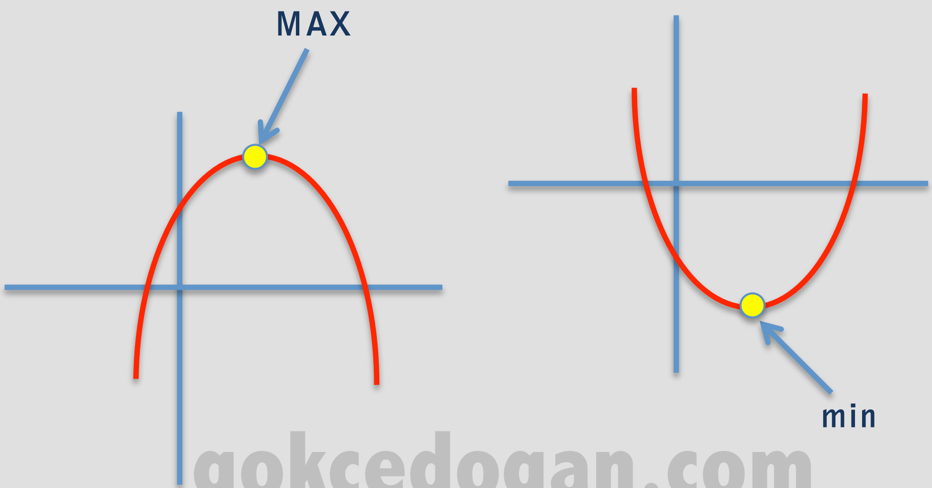
Calculons le discriminant de cette équation:

$\Delta=b^2-4ac=(-6)^2-4.3.21=36-252=-216 < 0$.

On n'a pas de solution réelle puisque discriminant est négative. Alors ces deux paraboles ne se coupent pas.

EX.5)

RAPPEL: Pour trouver facilement le maximum ou le minimum d'une fonction du second degré, il suffit de calculer l'ordonnée du sommet de la parabole correspondante.



Pour l'équation de la parabole *$f(x)=y=-2x^2+4x+3$* , l'abscisse du sommet:

$x_s=-b/2a=(-4)/(-4)=1$

et *$y_s=f(x_s)=f(1)=-2+4+3=5$* . Alors, la valeur maximale de ***y*** est ***5*** .

EX.6) La valeur minimale de C_f est l'ordonnée de son sommet. Si le point $S(x_s;y_s)$ est le sommet de la parabole C_f , on a:

$$y_s = f(x_s) = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (m-1)^2 - 4.2.(m+1) = m^2 - 2m + 1 - 8m - 8 = m^2 - 10m - 7$$

$$y_s = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-m^2+10m+7}{8} = 2 \Rightarrow -m^2 + 10m - 9 = 0 \Rightarrow (-m+1)(m-9) = 0$$

Alors, ***m=1*** ou ***m=9***

EX.7) Les abscisses des points d'intersection de la droite et de la parabole sont déterminées par l'équation:

$C_f = D \Rightarrow x^2+2x+3 = 2mx-1 \Rightarrow x^2-(2-2m)x+4=0 \Rightarrow x^2+(2m-2)x+4=0$

Pour que C_f et D se coupent en deux points distincts cette équation doit avoir deux solutions distinctes. C'est-à-dire son discriminant doit être positive.

$\Delta=b^2-4ac=(2m-2)^2-4.1.4=4m^2-8m+4-16=4m^2-8m-12 > 0 \Rightarrow 4(m^2-2m-3) > 0 \Rightarrow m^2-2m-3 > 0$
$\Rightarrow (m-3)(m+1) > 0$

Etude de signe:

m	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
m^2-2m-3		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc, $m \in \,]-\infty;-1[\, \cup \,]3;+\infty[$

EX.8) Les abscisses des points d'intersection de la droite et de la parabole sont déterminées par l'équation:

$C_f = D \Rightarrow x^2+x-6 = mx-10 \Rightarrow x^2+(1-m)x+4=0$

Pour que C_f et D se coupent en un seul point cette équation doit avoir une seul solution (racine double). C'est-à-dire son discriminant doit être égale à 0.

$\Delta=b^2-4ac=(1-m)^2-4.1.4=1-2m+m^2-16=m^2-2m-15=0 \Rightarrow (m-5)(m+3)=0$

Alors, ***m=5*** ou ***m=-3*** $m \in \{-3;5\}$