1) **2001** / İKİNCİ AŞAMA / DEUXIÈME ÉTAPE

ORTAK DERSLER / TRONC COMMUN

P(x) est un polynôme vérifiant

$$P(x)=\frac{2x^3-ax^2+mx+4}{x-1}$$

Trouver la valeur de *m* pour que P(x) divisé par *x-2* donne un reste égal à 20.

a) -12 b) -4 c) 4 d) -8 e) 8

SOLUTION: Si P(x) divisé par *x-2* donne un reste égal à 20, on a:

x-2=0 => x=2 (*2 est la racine de x-2*) et P(2)=20

Remarque: P(a)=c signifie que le reste de la division de P(x) par x-a est c)

Donc:

$$P(2)=\frac{2.2^3-a.2^2+m.2+4}{2-1}=20$$

2.8-4a+2m+4 = 20 => 16-4a+2m+4 = 20 => 2m = 4a

et m = 2a

Soit Q(x) = $2x^3-ax^2+mx+4$. Pour que P(x) admette une écriture polynomiale, il faut que Q(x) soit divisible par (x-1). D'où:

x-1=0 => x=1 *(1 est la racine de x-1)* et Q(1)=0

Remarque: Pour qu'un polynôme P soit divisible par x-a, il faut et il suffit qu'il s'annule quand on y remplace x par a (a est la racine de x-a).

Remarque: Pour qu'un polynôme P soit divisible par x+a, il faut et il suffit qu'il s'annule quand on y remplace x par –a (–a est la racine de x+a).

Q(1) = 0 => $2.1^3-a.1^2+m.1+4 = 0$ => 2-a+m+4 = 0 => m-a = -6

m-a = -6 et m=2a => 2a-a = -6 => a = -6 et m = -12

Réponse: A

2) **2000** / İKİNCİ AŞAMA / DEUXIÈME ÉTAPE

ORTAK DERSLER / TRONC COMMUN

Soit P un polynôme. Le reste de la division de P par *x-2* est 9, le reste de la division de P par *x+1* est -3. Quel est le reste de la division de P par *(x-2).(x+1)*?

a) -27   b) -3   c) 4x-1   d) 4x+1   e) 0

SOLUTION: Le reste de la division de P par *x-2* est 9 => P(2) = 9 (1)

(2 est la racine de x-2)

Le reste de la division de P par *x+1* est -3 => P(-1) = -3 (2)

(-1 est la racine de x+1)

$$\begin{array}{l|l} P(x) & (x-2)(x+1) \\ \cline{2-2} & \quad Q(x) \\ \hline R(x) & \end{array}$$

(x-2)(x+1) → un polynôme du second degré

R(x) → un polynôme du premier degré (ax+b)

P(x) = (x-2).(x+1).Q(x)+<u>*R(x)*</u>

(x-2).(x+1) est un polynôme du second degré => degR = 1

Alors, on peut écrire: R(x) = ax+b

Donc:

P(x) = (x-2).(x+1).Q(x)+<u>*ax+b*</u>

(1)

$P(2) = 9 \Rightarrow \underbrace{(2-2)}_{0}.(2+1).Q(x)+2.a+b = 9 \Rightarrow \boxed{2a+b = 9}$

(2)

$P(-1) = -3 \Rightarrow (-1-2).\underbrace{(-1+1)}_{0}.Q(x)+(-1).a+b = -3 \Rightarrow \boxed{-a+b = -3} \Rightarrow \boxed{a-b= 3}$

gokcedogan.com

$2a+b = 9$

$a-b = 3$

$+$ ______________

$3a = 12 \Rightarrow$ $a = 4$ et $b=1$

Donc: **R(x) = 4x+1** **Réponse: D**

3) **2002** / BİRİNCİ AŞAMA / PREMIÈRE ÉTAPE

ORTAK DERSLER / TRONC COMMUN

On considère le polynôme $P(x) = x^3+ax^2-2x+4$.

Sachant que le reste R de la division de P(x) par *x-2* est le double du reste de la division de P(x) par *x+1*, quelle est la valeur de R?

a) 4 b) 1 c) 6 d) 12 e) -11/7

SOLUTION: Le reste de la division de P(x) par x-2:

R=P(2) (*2 est la racine de x-2*)

Le reste de la division de P(x) par x+1:

P(-1) *(-1 est la racine de x+1)*

On nous donne: P(2) = 2. P(-1)

Alors $2^3+a.2^2-2.2+4 = 2. [(-1)^3+a.(-1)^2-2.(-1)+4]$

$8+4a-4+4 = 2. (-1+a+2+4)$

$4a+8 = 2. (a+5) \Rightarrow 2a+4 = a+5 \Rightarrow$ $a=1$

On obtient: $P(x) = x^3+x^2-2x+4$

$R = P(2) = 2^3+2^2-2.2+4 = 8+4-4+4 = 12$ **Réponse: D**

4) **2004** / BİRİNCİ AŞAMA / PREMIÈRE ÉTAPE

ORTAK DERSLER / TRONC COMMUN

Le polynôme $P(x) = x^3+ax^2+bx+c$ est divisible par x^2-1. Déterminer c, sachant que le reste de la division de $P(x)$ par $x-2$ est 12.

a) -5 b) 5 c) -1 d) -2 e) 2

SOLUTION: $x^2-1 = (x+1)(x-1)$

La condition nécessaire et suffisante pour qu'un polynôme soit divisible par le produit (x-a)(x-b)(x-c),…. , a, b, c étant des réels différents, est que ce polynôme soit divisible par chaque facteur (x-a), (x-b), (x-c), ….

Si $P(x)$ est divisible par $x^2+1= (x+1)(x-1)$, il est divisible par $x+1$ et $x-1$.

Donc: $P(1) = 0$ et $P(-1) = 0$

(1 est la racine de x-1 et -1 est la racine de x+1)

$P(1) = 0 \Rightarrow 1^3+a.1^2+b.1+c = 0 \Rightarrow 1+a+b+c = 0 \Rightarrow a+b+c = -1$

$P(-1) = 0 \Rightarrow (-1)^3+a.(-1)^2+b.(-1)+c = 0 \Rightarrow -1+a-b+c = 0 \Rightarrow a-b+c = 1$

$$\begin{array}{r} a+b+c = -1 \\ a-b+c = 1 \\ + \quad\quad\quad\quad \\ \hline 2a + 2c = 0 \end{array} \quad \text{et} \quad a+c=0 \Rightarrow 0+b = -1 \Rightarrow b = -1$$

Le reste de la division $P(x)$ par $x-2$ est 12:

$P(2) = 12$ *(2 est la racine de x-2)*

$2^3+a.2^2+b.2+c = 12 \Rightarrow 8+4a+2b+c = 12 \Rightarrow 4a+2b+c = 4$

$b = -1 \Rightarrow 4a-2+c = 4 \Rightarrow 4a+c = 6$ et $a+c = 0 \Rightarrow -4a-4c = 0$

$$\begin{array}{r} 4a+c = 6 \\ -4a-4c = 0 \\ + \quad\quad\quad\quad \\ \hline -3c = 6 \end{array} \quad \Rightarrow \quad c = -2$$

Réponse: D

5) **2005** / BİRİNCİ AŞAMA / PREMIÈRE ÉTAPE

ORTAK DERSLER / TRONC COMMUN

Soit le polynôme suivant:

$P(x) = (1+x-x^2+x^3)^4+x^3+x^2+x+1$

La somme de coefficients de ce polynôme vaut:

a) 10 b) 1000 c) 20 d) 100 e) 30

SOLUTION: La valeur numérique d'un polynôme P, pour *x=1*, est égale à la somme de coefficients du polynôme P.

Alors, on doit calculer P(1).

$P(1) = (1+1-1^2+1^3)^4+1^3+1^2+1+1 = 2^4+4 = 20.$ **Réponse: C**

6) **2005** / İKİNCİ AŞAMA / DEUXIÈME ÉTAPE

MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ /

SCIENCES D'INGÉNIERIE ET DE TECHNOLOGIE

Soit P(x) le polynôme suivant:

$P(x) = x^3+ax^2+bx+1$ où *a* et *b* sont réels. On suppose que le reste de la division euclidienne de P(x) par *x-2* vaut 15 et que le reste de la division euclidienne de P(x) par *x-3* vaut 40. Quelle est la valeur de (*a,b*) ?

a) (1,2) b) (1,1) c) (3,1) d) (2,1) e) (2,2)

SOLUTION: Le reste de la division euclidienne de P(x) par *x-2* vaut 15:

P(2) = 15 *(2 est la racine de x-2)*

Le reste de la division euclidienne de P(x) par *x-3* vaut 40:

P(3) = 40 *(3 est la racine de x-3)*

$P(2) = 15 \Rightarrow 2^3+a.2^2+b.2+1 = 15 \Rightarrow 8+4a+2b+1 = 15 \Rightarrow 4a+2b = 6$

et $2a+b = 3$

$P(3) = 40 \Rightarrow 3^3+a.3^2+b.3+1 = 40 \Rightarrow 27+9a+3b+1 = 40 \Rightarrow 9a+3b = 12$

$\Rightarrow 3a+b = 4$ et $-3a-b = -4$

$$\begin{array}{r} 2a+b = 3 \\ -3a-b = -4 \\ + \quad \overline{\quad -a = -1} \end{array} \Rightarrow a=1 \quad \text{et} \quad b=1.$$

$(a,b) = (1,1)$ **Réponse: B**

7) **2004** / İKİNCİ AŞAMA / DEUXIÈME ÉTAPE
MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ /
SCIENCES D'INGÉNIERIE ET DE TECHNOLOGIE

Le reste de la division du polynôme P(x) par x-a est a^2, tandis que le reste de la division de P(x) par x-b est b^2.

Quel est le reste de la division de P(x) par *(x-a).(x-b)*?

a) ax-ab b) ab-(a+b)x c) (a+b)x+ab d) (a+b)x-ab e) (a+b)x-a

SOLUTION: Le reste de la division de P(x) par x-a est a^2:

$P(a) = a^2$ *(a est la racine de x-a)*

Le reste de la division de P(x) par x-b est b^2:

$P(b) = b^2$ *(b est la racine de x-b)*

$$\begin{array}{r|l} P(x) & (x-a)(x-b) \longrightarrow \boxed{\text{un polynôme du second degré}} \\ \cline{2-2} & \quad Q(x) \\ \hline R(x) \longrightarrow & \boxed{\text{un polynôme du premier degré (mx+n)}} \end{array}$$

$P(x) = (x-a).(x-b).Q(x)+\underline{R(x)}$

$(x-a).(x-b)$ est un polynôme du second degré => $\deg R = 1$

Alors, on peut écrire: **R(x) = mx+n**

Donc:

P(x) = (x-a).(x-b).Q(x)+$\underline{mx+n}$

P(a) = a^2 => $\underbrace{(a-a)}_{0}.(a-b).Q(x)+m.a+n = a^2$ => $m.a+n = a^2$

P(b) = b^2 => $(b-a).\underbrace{(b-b)}_{0}.Q(x)+m.b+n = b^2$ => $m.b+n = b^2$ et $-m.b-n = -b^2$

$$\begin{array}{r} m.a+n = a^2 \\ -m.b-n = -b^2 \\ + \hline ma-mb = a^2-b^2 \end{array}$$

$ma-mb = a^2-b^2$ => $m(a-b) = (a+b)(a-b)$ => $m = a+b$

$m.a+n = a^2$ => $(a+b).a+n = a^2$ => $a^2+ab+n = a^2$ => $ab+n = 0$ => $n = -ab$

R(x) = $mx+n$ => **R(x) = (a+b)x-ab** **Réponse: D**

gokcedogan.com