

1) 2000 / İKİNCİ AŞAMA / DEUXIÈME ÉTAPE  
ORTAK DERSLER / TRONC COMMUN

$$(f \circ g)(x) = \frac{x}{x^2+1}, \quad f(x) = x+1, \quad g(x)=?$$

a)  $\frac{-x^2}{x^2+x+1}$     b)  $\frac{-x^2+x-1}{x^2+1}$     c)  $\frac{1}{x+1}$     d)  $\frac{x}{x+1}$     e)  $\frac{x-1}{x^2-2x+2}$

**SOLUTION:**  $f(x) = x+1 = y \Rightarrow x = y-1 \Rightarrow f^{-1}(x) = x-1$

$$f^{-1}(x) \circ (f \circ g)(x) = g(x) \Rightarrow g(x) = \frac{x}{x^2+1} - 1 = \frac{x-x^2-1}{x^2+1} \Rightarrow g(x) = \frac{-x^2+x-1}{x^2+1}$$

**Réponse: B**

**Rappels:**

- $(f \circ g)(x) = f [g(x)]$
- $I \circ f = f \circ I = f$   
"I" signifie la fonction identique (la fonction identique est l'élément neutre pour la loi "o")
- $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$   
La loi "o" est associative.
- $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$   
La composition d'une fonction avec sa réciproque est égale à la fonction identique.
- Si  $f \circ g = h$ , on a les égalités suivantes:  
a)  $f = h \circ g^{-1}$     b)  $g = f^{-1} \circ h$

Pour isoler un élément d'une composition, il suffit d'associer la composition avec la réciproque de l'autre élément.

**Attention:** La loi "o" n'est pas commutative.  $f \circ g \neq g \circ f$

2) 2001 / BİRİNCİ AŞAMA / PREMIÈRE ÉTAPE

ORTAK DERSLER / TRONC COMMUN

Les fonctions f et g vérifient les relations suivantes:

$$f(x+1) = x^2 - 5x$$

$$g\left(\frac{x-3}{2}\right) = 2x+3$$

Calculer  $(f \circ g)(-1)$ .

- a) 5      b) -3      c) -4      d) -5      e) 3

**SOLUTION:**  $(f \circ g)(-1) = f[g(-1)]$

Pour obtenir -1 en utilisant  $\frac{x-3}{2}$ :

$$\frac{x-3}{2} = -1 \Rightarrow x-3 = -2 \Rightarrow x = 1$$

$$g\left(\frac{x-3}{2}\right) = 2x+3 \Rightarrow g\left(\frac{1-3}{2}\right) = 2 \cdot 1 + 3 \Rightarrow g(-1) = 5$$

En remplaçant  $g(-1)$  par 5 on obtient:  $f[g(-1)] = f(5)$

Pour obtenir 5 en utilisant  $x+1$ :  $x+1 = 5 \Rightarrow x = 4$

$$f(x+1) = x^2 - 5x \Rightarrow f(4+1) = 4^2 - 5 \cdot 4 \Rightarrow f(5) = -4$$

Donc:  $(f \circ g)(-1) = -4$

**Réponse: C**

3) 2001 / İKİNCİ AŞAMA / DEUXIÈME ÉTAPE  
ORTAK DERSLER / TRONC COMMUN

Une fonction  $f$  vérifie:  $f(x) - f(x+3) = x+2$ .

Déterminer  $f(2)$  sachant que  $f(8) = 8$

- a) 20      b) 17      c) 19      d) 18      e) 24

**SOLUTION:**

Pour  $x = 2$ , on a:  $f(2) - f(5) = 4$

Pour  $x = 5$ , on a:  $f(5) - f(8) = 7$

$$+ \frac{\quad}{\quad}$$

$$f(2) - f(8) = 11 \Rightarrow f(2) - 8 = 11 \Rightarrow f(2) = 19$$

**Réponse: C**

4) 2003 / BİRİNCİ AŞAMA / PREMIÈRE ÉTAPE  
ORTAK DERSLER / TRONC COMMUN

Soit les fonctions  $f(x) = x+2$  et  $(f \circ g^{-1})(x) = \frac{x+1}{x-2}$ . Trouver  $g(x)$ .

a)  $\frac{2x+5}{x+1}$       b)  $\frac{x+3}{x-5}$       c)  $\frac{x+3}{x-2}$

d)  $\frac{2x-3}{x+5}$       e)  $\frac{x-2}{-x+5}$

**SOLUTION:**  $f(x) = x+2 = y \Rightarrow x = y-2 \Rightarrow f^{-1}(x) = x-2$

$$\underbrace{f^{-1}(x) \circ (f \circ g^{-1})(x)}_{l(x)} = g^{-1}(x) \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-2} - 2 = \frac{x+1-2x+4}{x-2} = \frac{-x+5}{x-2}$$

$$\underbrace{\quad}_{g^{-1}(x)} \quad (g^{-1})^{-1}(x) = g(x) \Rightarrow g(x) = \frac{2x+5}{x+1} \quad \text{Réponse: A}$$

**Rappels:** a)  $(f^{-1})^{-1} = f$     b)  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+n}{cx-a}$